統計学入門 第5回

早稲田大学政治経済学部
西郷 浩

本日の目標

- 度数分布表からの近似計算
  - ヒストグラムの作成
  - 算術平均、分散の計算
  - 中央値、四分位偏差の計算
  - ローレンツ曲線の描画、ジニ係数の計算
- PC実習

度数分布表による統計の提供(1)

- 公表されている統計（の多く）
  - 原データ x_i : 利用不可
    度数分布表 : 利用可
    - 例 : 総務省統計研修所(2011)
      『第61回日本統計年鑑』
      - 表18-17 敷地面積別一戸建住宅数（借家、2008年）

度数分布表による統計の提供(2)

表1：敷地面積別一戸建住宅数（借家、2008年）

階級	下限（m^2以上）	上限（m^2未満）	度数（1000戸）
1	-	50	214
2	50	75	427
3	75	100	351
4	100	150	383
5	150	200	245
6	200	300	177
7	300	500	89
8	500	-	35
		合計	1,921

資料：総務省統計研修所編（2011）『第61回日本統計年鑑』表18-17

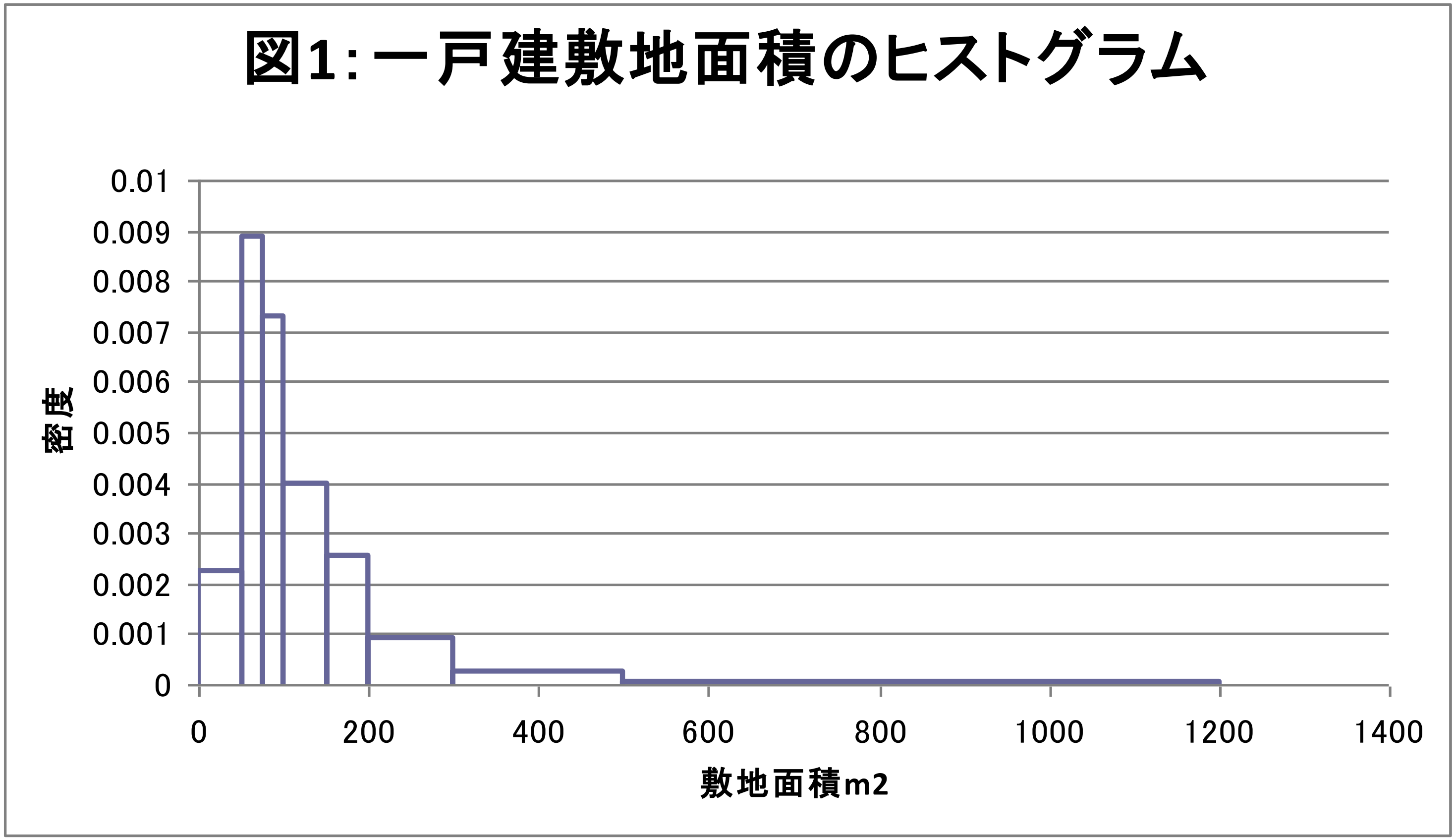
ヒストグラムの作成(1)

- 度数分布表からのヒストグラムの作成
  - 注意点
    - 異なる階級幅が混在している。
      - 原則：柱の面積が度数に比例するように描く。
    - ヒストグラムの縦軸を密度にすると安全である。
      - 密度＝相対度数÷階級幅
    - 開放間隔の階級の存在
      - 開放間隔：下限または上限が明示されていないこと。
      - 自分で想定してヒストグラムを作成する。

ヒストグラムの作成(2)

- 開放間隔の階級についての想定
  - 第1階級の下限：$0m^2$
  - 第8階級の上限：$1200m^2$
- 大胆な仮定を置くことになるので、明示する必要あり。
- 算術平均等の計算でも、第1階級の下限は $0m^2$、第8階級の上限：$1200m^2$とする。

ヒストグラムの作成(3)



資料：総務省統計研修所編(2011)『第61回日本統計年鑑』表18-17

算術平均の近似計算(1)

- 階級内一定値の仮定
  - ある階級に属する個体は、すべて階級値に等しい値を持つ。
    - 例：第2階級について
      - 階級値： (50+75)/2 = 62.5
      - 度数：427（千戸）
      - 第2階級に属する個体については、すべて $x_i = 62.5$ と考える。
      - その仮定のもとで：
        - 第2階級に属する個体の x_i の合計：427（千戸）×62.5=26687.5（×1000）

算術平均近似計算(2)

仮定のもとで：

$$\bar{x} = \frac{1}{1921 \times 1000} \{214 \times 1000 \times 25.0 + 427 \times 1000 \times 62.5$$

$$+ 351 \times 1000 \times 87.5 + 383 \times 1000 \times 125.0$$

$$+ 245 \times 1000 \times 175.0 + 177 \times 1000 \times 250.0$$

$$+ 89 \times 1000 \times 400 + 35 \times 1000 \times 850\}$$

$$\approx 137.0$$

算術平均近似計算(3)

階級値の加重平均：

$$
\begin{aligned}
\bar{x} &= \frac{214}{1921}\times 25.0+\frac{427}{1921}\times 62.5+\frac{351}{1921}\times 87.5 \\
&\quad +\frac{383}{1921}\times 125.0+\frac{245}{1921}\times 175.0+\frac{177}{1921}\times 250.0 \\
&\quad +\frac{89}{1921}\times 400+\frac{35}{1921}\times 850 \\
&\approx 137.0
\end{aligned}
$$

分散･標準偏差の近似計算(1)

- 階級内一定値の仮定
  - すべての個体の x の値が定まる。
  - 同じ仮定のもとで算術平均を近似する。
    - 計算済み。
  - 分散の公式どおりに計算して近似する。
    - 平均からの偏差の2乗の平均値。
  - 標準偏差＝分散の平方根

分散・標準偏差の近似計算(2)

$$S^2 = \frac{1}{1921}\left\{214\times(25.0-137.0)^2 + 427\times(62.5-137.0)^2\right.$$
$$+351\times(87.5-137.0)^2 + 383\times(125.0-137.0)^2$$
$$+245\times(175.0-137.0)^2 + 177\times(250.0-137.0)^2$$
$$\left.+89\times(400.0-137.0)^2 + 35\times(850.0-137.0)^2\right\}$$
$$=16935$$
$$S = 130$$

中央値の近似計算(1)

- 階級内一様分布の仮定
  - ある階級の中に属する個体が、階級幅全体に一様に分布している。
    - たとえば、第2階級について：
      - 下限：50、上限：75、階級幅：25（=75-50）
      - 度数：427（千戸）
        - 下限(=50) から、階級幅の 1/5 まで（50+25/5 = 55）の幅に、度数の1/5（=427/5 千戸）が分布している。
        - 下限から階級幅の 2/5 まで（=60）の幅に、度数の2/5（=427×2/5） が分布している、等々。

中央値の近似計算(2)

表2：敷地面積別一戸建住宅数（借家、2008年、累積相対度数入り）

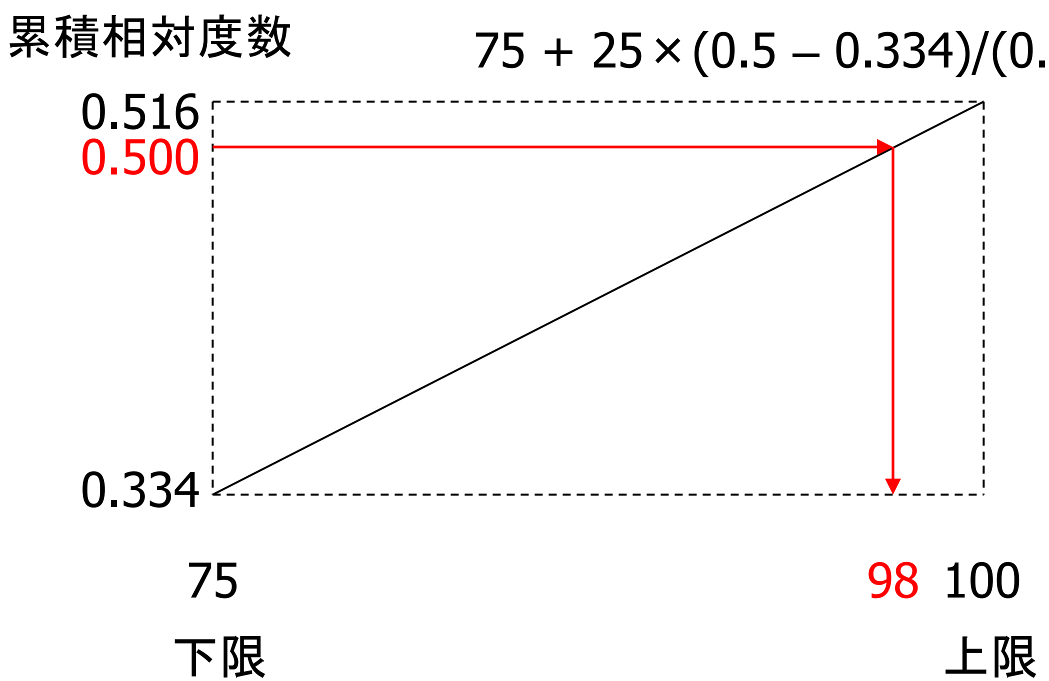
階級	下限（m^2以上）	上限（m^2未満）	度数（1000戸）	累積相対度数
1	-	50	214	0.111
2	50	75	427	0.334
3	75	100	351	⇨ 0.516
4	100	150	383	0.716
5	150	200	245	0.843
6	200	300	177	0.935
7	300	500	89	0.982
8	500	-	35	1.000
		合計	1,921	

資料：総務省統計研修所編（2011）『第61回日本統計年鑑』表18-17

中央値の近似計算(3)

図2：第3階級における近似的な中央値の位置

75 + 25 × (0.5 – 0.334)/(0.516 – 0.334) = 98



四分位偏差の近似計算(1)

- 階級内一様分布の仮定
  - 四分位点も中央値と同じように計算する。
    - 第1四分位点 Q_1:
      - 表2から、第2階級にふくまれる。
        - $Q_1 = 50 + (75 - 50) \times (0.25 - 0.111)/(0.334 - 0.111) = 66.6$
    - 第3四分位点 Q_3:
      - 表2から、第5階級にふくまれる。
        - $Q_3 = 150 + (200 - 150) \times (0.75 - 0.716)/(0.843 - 0.716) = 163.4$

四分位偏差の近似計算(2)

- 四分位範囲
  - $Q_3 - Q_1 = 163.4 - 66.6 = 96.8$
- 四分位偏差
  - $d = (Q_3 - Q_1)/2 = 48.4$

ローレンツ曲線の作成 (1)

- 階級内一定値の仮定
  - ある階級に属する個体は、すべて階級値に等しい値を持つ。
    - その階級の中では、個体数の相対的な累積のスピードと、変数の相対的な累積量のスピードとが同じになる。
      - その階級の中では、ローレンツ曲線が直線になる。

ローレンツ曲線の作成 (2)

- ローレンツ曲線の作成手順
  - 横軸：階級 j の累積相対度数
  - 縦軸：階級 j の変数の相対的な累積量
    - 計算方法：
      - 度数×階級値で各階級の変数合計を近似する。
        - 算術平均の近似と同じ計算
      - 近似値を累積する。
      - 累積値を合計で除して相対的な累積量にする。

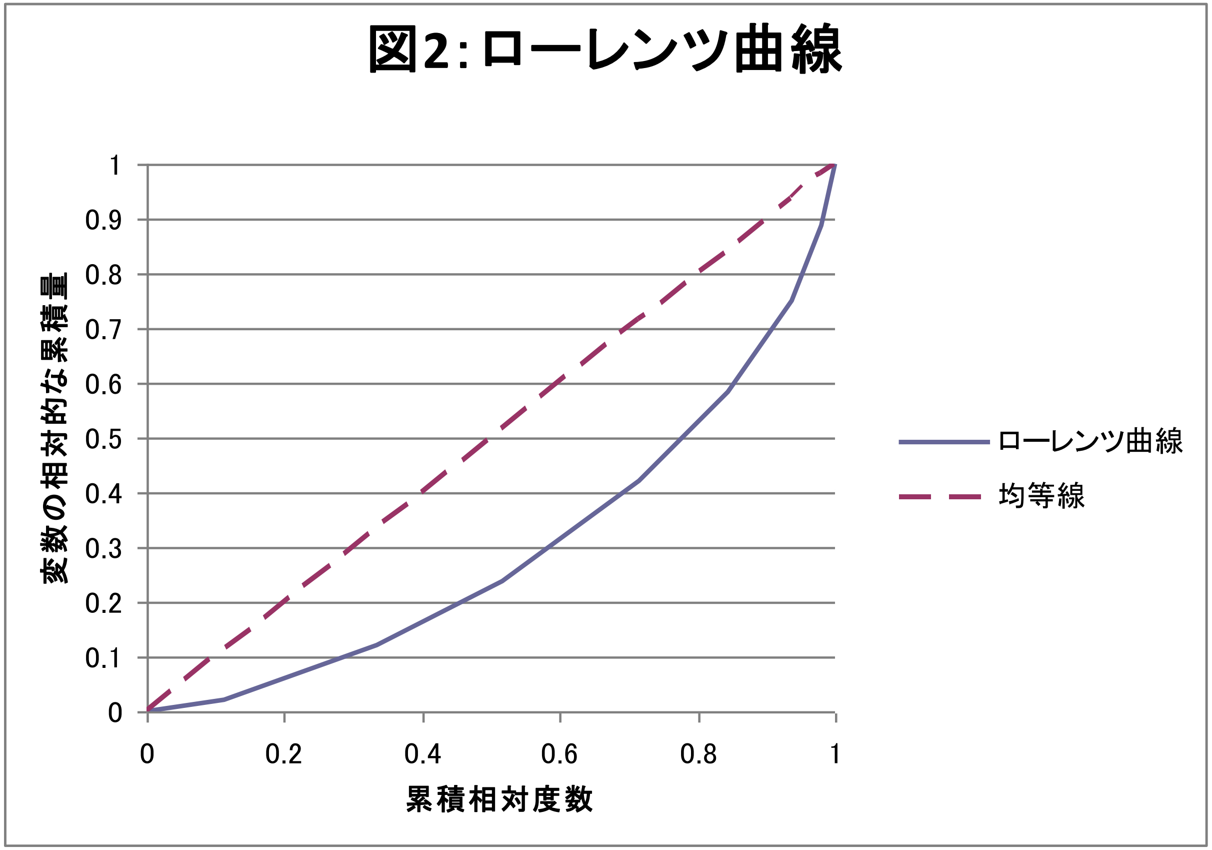
ローレンツ曲線の作成 (3)

表3：変数の相対的な累積量の計算

階級	下限（m2以上）	上限（m2未満）	度数（1000戸）	累積相対度数	階級値	変数合計	変数の相対的な累積量
1	0	50	214	0.111	25.0	5350.0	0.020
2	50	75	427	0.334	62.5	26687.5	0.122
3	75	100	351	0.516	87.5	30712.5	0.239
4	100	150	383	0.716	125.0	47875.0	0.420
5	150	200	245	0.843	175.0	42875.0	0.583
6	200	300	177	0.935	250.0	44250.0	0.752
7	300	500	89	0.982	400.0	35600.0	0.887
8	500	1200	35	1.000	850.0	29750.0	1.000
		合計	1921			263100.0	

資料：総務省統計研修所編（2011）『第61回日本統計年鑑』表18-17

ローレンツ曲線の作成 (4)



資料:総務省統計研修所編(2011)『第61回日本統計年鑑』表18-17

ジニ係数の計算 (1)

- ローレンツ曲線から、通常と同じように計算する。
  - 台形の面積の公式を利用して、ローレンツ曲線の下側の面積を計算する。
  - その2倍を1から減じる。
  - 借家の一戸建敷地面積については、
    - GI = 0.41

ジニ係数の計算 (2)

- 度数分布表からの近似計算の方が、もとのデータから計算したものよりも、不均等度が低くなりやすい。
  - ローレンツ曲線は均等線に近くなる。
  - ジニ係数は0に近くなる。
    - 階級内一定値の仮定（つまり、階級内の不均等が無視される）ため。

PC実習

- ヒストグラムの作成
- 算術平均･分散の近似計算
- 中央値･四分位偏差の近似計算
- ローレンツ曲線の近似、ジニ係数の近似計算